浙江工商大学 2020 年全国硕士研究生入学考试试卷（A）卷

考试科目：830 运筹学　　总分：（150 分）　　考试时间：3 小时

一、填空题（每空格 3 分，共 30 分）

1. 线性规划问题可行域的顶点对应的是该问题的一个____________解。

2. 从线性规划的原问题直接写出其对偶问题，若原问题目标函数为 $\min z$，变量 $x_j \geq 0$，则对偶问题中对应的第 j 个约束条件取________号。

3. 若线性规划有最优解 X^*，其最优基为 B，对应基变量的价值系数为 C_B，则对偶问题的最优解为__________。

4. 求解 0–1 整数规划和分配问题的常用方法分别是____________和____________。

5. 目标规划的目标函数要求不低于目标值，但允许不足目标值，可表示为____________，目标约束中决策值和和目标值之间的差异用____________表示。

6. 连通图 G 中，若存在一条回路，经过每边一次且仅一次，则称这条回路为____________。

7. 连通且不含圈的无向图称为__________，在该无向图中任意两点，有__________相连。

二、计算题（共 55 分）

1. 已知某线性规划问题的最终单纯形表如下表，表中 x_4 和 x_5 为松弛变量，问题的约束为≤形式。

X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
x_3	0	1/2	1	1/2	0	5/2
x_1	1	−1/2	0	−1/6	1/3	5/2
	0	−4	0	−4	−2	

问题：⑴ 写出原线性规划模型；(10 分)

⑵ 当价值系数 c_1 在什么范围内，最优解保持不变？(5 分)

2. 考虑如下线性规划问题：

$$\max \quad z = 2x_1 + x_2 + 3x_3$$

$$s.t.\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

问题：⑴ 写出其对偶问题；（5 分）

⑵ 已知原问题的最优解为 $X^* = (3,2,0)$，根据对偶理论求出对偶问题的最优解（5 分）

3. 用分支定界法求解整数规划问题。(15分)

$$\min \quad z = -x_1 - 5x_2$$

$$s.t.\begin{cases} x_1 - x_2 \ge -2 \\ 5x_1 + 6x_2 \le 30 \\ x_1 \le 4 \\ x_1, x_2 \ge 0 \text{且全为整数} \end{cases}$$

4. 用动态规划求解规划问题。(15分)

$$\max \quad z = 4x_1 + 9x_2 + 2x_3^2$$

$$s.t.\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \le 10 \\ x_j \ge 0,\ j = 1,2,3 \end{cases}$$

三、应用题(共55分)

1. 已知某一运输问题的调运方案如下表

需求地 供应地	A	B	C	供应量
甲	18	14 10	7 15	25
乙	9 25	x 10	16	35
需求量	25	20	15	

问题:(1)写出该运输问题的线性规划模型;(5分)

(2)判断上表中所给的调运方案是否为初始的可行方案;(5分)

(3)若上表所给的调运方案是最优方案,求运价系数x的取值范围。(10分)

2. 某企业生产A、B两种型号的平板电脑。每种型号的平板电脑均需经过3道工序Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ。已知每台平板电脑所需的加工时间、销售利润以及企业每周最大加工生产能力如下表。(15分)

产品型号 生产工序	A	B	每周最大加工生产能力
Ⅰ	6	5	150
Ⅱ	7	2	80
Ⅲ	3	5	90
利润(元/台)	250	350	

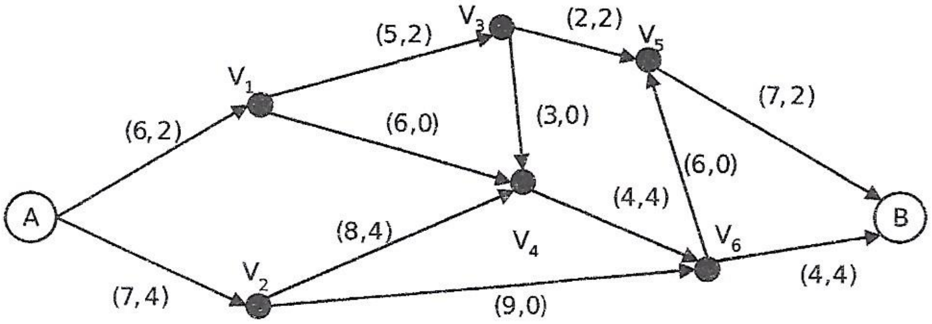
企业经营目标的期望值及优先级如下:

P1:每周总利润不得低于12500元;

P2:因合同要求,A型号平板电脑每周至少生产10台;B型号平板电脑每周至少生产16台;

P3: 由于生产条件限制及产能利用最大化,工序Ⅰ的每周生产时间必须恰好为150小时,工序Ⅱ、Ⅲ 的每周生产时间可适当超过其最大加工能力。

3. 某供油系统及初始流如下图所示，其中 A 为油库，B 为需求点，试求其最大流和最小割。(20 分)



四、证明题（共 10 分）

已知线性规划的原问题与对偶问题分别为

$$(P)\quad \max \quad z = CX \qquad\qquad (D)\quad \min \quad w = Yb$$

$$s.t.\begin{cases} AX \le b \\ X \ge 0 \end{cases} \qquad\qquad s.t.\begin{cases} YA \ge C \\ Y \ge 0 \end{cases}$$

若原问题的最优解为 X^*，对偶问题约束条件右端项用 $\overline{C}$ 替换后的最优解为 $\overline{Y}$。试证 $\overline{Y}b \ge \overline{C}X^*$。