浙江工商大学 2018 年全国硕士研究生入学考试试卷（B）卷

考试科目：813 概率论与数理统计　　总分：（150 分）考试时间：3 小时

1. (20 分)盒子中有编号 1-10 的十个球，无放回抽 3 次，每次取一球，求抽到球的最小号码为 6 的概率。若是有放回抽取，则上述事件的概率又是多少？

2. (15 分)令 $X\sim N(0,1)$，$\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数。求 $Y=\Phi(X)$ 的分布。

3. (15 分)令 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，求 X 的 3 阶、4 阶中心矩。

4. (20 分)设 X,Y 相互独立，且均服从 $N(0,\sigma^2)$，记 $U=X^2+Y^2$，$V=\dfrac{X}{\sqrt{X^2+Y^2}}$，证明 U,V 相互独立

5. (20 分)设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自均匀总体 $X\sim U(0,\theta)$ 的简单随机样本。(1)求参数 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$；(2)求参数 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}_2$；(3)求 $\hat{\theta}_2$ 的方差。

6. (20 分)设 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_n$ 相互独立，且 $Y_i\sim N(x_i\beta,\sigma^2), i=1,2,\cdots,n$，其中 x_i 是常数。令 $\hat{\beta}_1=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{Y_i}{x_i}$，$\hat{\beta}_2=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iY_i}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2}$。(1)证明 $\hat{\beta}_1,\hat{\beta}_2$ 都是参数 β 的无偏估计；(2)比较这二个估计方差的大小。

7. (20 分)设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本。考虑检验问题：原假设为 $H_0:\sigma=\sigma_0$，备择假设为 $H_1:\sigma\neq\sigma_0$，其中 σ_0 是已知常数。记 $\bar{X}$ 是样本均值，检验统计量是 $U=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{\sigma_0^2}$。(1)对给定的显著性水平 α，求利用检验统计量 U 的拒绝域；(2)基于(1)中拒绝域，求检验犯第二类错误的概率。

8.(20 分)设 $\{X_n\}$ 为独立随机变量序列。证明：若 $\{X_n\}$ 方差一致有界，即存在 c 使得

$$D(X_n)\le c, n=1,2,\cdots,$$

则 $\{X_n\}$ 服从大数定律。