浙江工商大学 2018 年全国硕士研究生入学考试试卷（B）卷

考试科目： 846 高等代数 总分： （150 分） 考试时间：3 小时

一、计算题（共 75 分）

1.（15 分）计算 $D_n=\begin{vmatrix} a & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix}$

2.（15 分）用正交变换将下述实二次型化为标准形，并且写出所作的正交变换：

$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+5x_2^2+5x_3^2+4x_1x_2-4x_1x_3-8x_2x_3$.

3.（15 分）已知方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=a \\ 3x_1+2x_2+x_3+x_4-3x_5=0 \\ x_2+2x_3+2x_4+6x_5=b \\ 5x_1+4x_2+3x_3+3x_4-x_5=2 \end{cases}$，

（1）a,b 为何值时方程组有解；

（2）在方程组有解时，求出方程组的一般解(用基础解系表出)．

4.（15 分）设矩阵 $A=\begin{pmatrix} a & -1 & c \\ 5 & b & 3 \\ 1-c & 0 & -a \end{pmatrix}$，其行列式 $|A|=-1$，又 A 的伴随矩阵

A^* 有一个特征值 λ_0，属于 λ_0 的一个特征向量为 $\alpha=(-1,-1,1)^T$，求 a,b,c 和 λ_0 的值

5.（15 分）在 R^4 中，设 $\alpha_1=(1,1,0,0)^T$，$\alpha_2=(1,0,1,1)^T$，$\beta_1=(0,0,1,1)^T$，$\beta_2=(0,1,1,0)^T$

1) 求 $L(\alpha_1,\alpha_2)\cap L(\beta_1,\beta_2)$ 的维数与一组基.

2) 求 $L(\alpha_1,\alpha_2)+L(\beta_1,\beta_2)$ 的维数与一组基.

二、证明题（共 75 分）

1.（15 分）证明：$1+x+\frac{x^2}{2!}+\cdots+\frac{x^n}{n!}$ 不能有重根.

2.（20分）设$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+k_3\alpha_3=0$且$k_1k_3\neq 0$，求证：$L(\alpha_1,\alpha_2)=L(\alpha_2,\alpha_3)$.

3.（20分）已知A，B都是正定阵，证明：AB也是正定阵的充分必要条件是$AB=BA$.

4.（20分）设$R^{2\times 2}$上的变换T定义为$T(X)=MX-XM$，其中$M=\begin{pmatrix}1&2\\3&0\end{pmatrix}$，$X$是$R^{2\times 2}$中任意矩阵.

(1) 验证T是$R^{2\times 2}$上的线性变换；

(2) 求T在基$E_{11}=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$，$M_{12}=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$，$M_{21}=\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}$，$M_{22}=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$下的矩阵.